

Estrategia para la estimación de parámetros en un modelo de suma de exponenciales en la determinación de los componentes de la porosidad en muestras de núcleos.

Osvaldo Rodríguez Morán¹, Lisset Miquel González², Dairy Rocío Fuentes Rodríguez³

¹ *Ingeniero Geofísico. Máster en Geología Petrolera. Doctor en Ciencias Técnicas. Profesor Titular e Investigador Titular. Departamento de Geociencias, Facultad de Ingeniería Civil, Universidad Tecnológica de La Habana «José Antonio Echeverría», CUJAE. Calle 114 No. 11901, Marianao, La Habana, Cuba, C.P. 19390. ORCID: 0000-0001-9153-4603. Correo electrónico: or-moran2016@gmail.com.*

² *Ingeniera en Tecnologías Nucleares y Energéticas. Máster en Petróleo y Gas. Centro de Investigaciones del Petróleo, Cuba. Correo electrónico: lisset@ceinpet.cupet.cu.*

³ *Ingeniera Geofísica. Empresa de Perforación, Extracción y Producción de Petróleo de Centro (EPEP-Centro), Cuba. Correo electrónico: rocio.fuentes@nauta.cu.*

RESUMEN

Debido a la complejidad de los reservorios petrolíferos cubanos y la incertidumbre en la determinación y clasificación de la porosidad mediante los métodos geofísicos de pozo convencionales, es necesario determinar los componentes de dicha propiedad a partir de otras técnicas más resolutivas como la resonancia magnética nuclear. Estas técnicas se han empleado en los últimos años como una nueva herramienta de alta eficiencia en la obtención de parámetros físico de las rocas, pues aporta gran variedad de resultados que no se obtienen por otros métodos, tales como los componentes de la porosidad y los índices de fluidos adheridos y libres. Los algoritmos para la estimación de parámetros en un modelo de suma de exponenciales para la determinación de los componentes de la porosidad en muestras de núcleos son controlados por las compañías petroleras y esta ausencia de estrategia algorítmica representa un problema que retarda la aplicación consecuente de las técnicas de resonancia magnética nuclear en la determinación de los parámetros físicos de las rocas. Una investigación bibliográfica se hizo sobre los métodos de inversión más utilizados y se desarrolló un algoritmo de inversión para lograr hasta tres componentes, el cual está dividido en tres flujos de trabajo de acuerdo con los datos de entrada. Se obtuvieron mediante los tres métodos del algoritmo, los componentes que conforman la porosidad para cada muestra y los intervalos de *cut-off* que los limitan, los índices de fluido adherido

y el índice de fluido libre, porosidad efectiva y no conectada y el tiempo de eco que los diferencia. Se validaron positivamente los resultados de esta estrategia a partir de otras investigaciones.

Palabras Claves: Resonancia magnética nuclear, porosidad, problema inverso, análisis multiexponencial.

ABSTRACT

Due to the complexity of the oil Cuban reservoirs and the uncertainty in the determination and classification of the mediating porosity the conventional geophysical methods of well, it is necessary to determine the components of this property starting from other more resolutory techniques as the magnetic nuclear resonance. These techniques have been used in the last years like a new tool of high efficiency in the physical obtaining of parameters of the rocks, because it contributes wide variety of results that they are not obtained by other methods, such as the components of the porosity and the indexes of stuck fluids and liberate. The algorithms for the estimate of parameters in a sum model of exponential for the determination of the components of the porosity in samples of nucleuses are controlled by the oil companies and this absence of algorithmic strategy represents a problem that slows the consequent application of the techniques of magnetic nuclear resonance in the determination of the physical parameters of the rocks. A bibliographical inves-

tigation was made on the used investment methods and an investment algorithm was developed to achieve up to three components, which is divided in three flows of agreement work with the entrance data. They were obtained by means of the three methods of the algorithm, the components that conform the porosity for each sample and the cut-off intervals that limit them, the indexes of stuck fluid and the index of free fluid, effective and not connected porosity and the time of echo that the difference. They were validated the results of this strategy positively starting from other investigations.

Key Words: Magnetic nuclear resonance, porosity, inverse problem, multi exponential decomposition.

RESUMO

Devido à complexidade do óleo reservorios cubano e a incerteza na determinação e classificação da porosidade mediante os métodos geofísicos convencionais de bem, é necessário determinar os componentes desta propriedade a partir de outro mais técnicas de resolatory como a ressonância nuclear magnética. Estas técnicas foram usadas nos últimos anos como uma ferramenta nova de eficiência alta na obtenção de petrofísicos de parâmetros, porque contribui variedade larga de resultados que eles não são obtidos através de outros métodos, como os componentes da porosidade e os índices de fluidos presos e libera. Os algoritmos para a estimativa de parâmetros em um modelo de soma de exponencial para a determinação dos componentes da porosidade em amostras de núcleos é controlado pelas companhias de óleo e esta ausência de estratégia algorítmica representa um problema que reduz a velocidade a aplicação consequente das técnicas de ressonância nuclear magnética na determinação dos parâmetros físicos das pedras. Uma investigação bibliográfica era feito nos métodos de investimento usados e um algoritmo de investimento foi desenvolvido para alcançar até três componentes que são dividido em três fluxos de trabalho de acordo com os dados de entrada. Eles foram obtidos por meio dos três métodos do algoritmo, os componentes que conformam a porosidade para cada amostra e os intervalos de expansão que os limitam, os índices de fluido preso e o índice de fluido livre, porosidade efetiva e não conectada e o tempo de eco que a diferença. Eles foram validados os resultados desta estratégia positivamente a partir de outras investigações.

Palavras chaves: Ressonância nuclear magnética, porosidade, problema inverso, multi decomposição exponencial.

INTRODUCCIÓN

La Resonancia Magnética Nuclear (RMN), es la respuesta del núcleo a un campo magnético. Muchos elementos en la naturaleza tienen un momento magnético y por tanto, se comportan como imanes giratorios: *spin* (**Figura 1**), que interactúan con campos magnéticos externos y producen señales. La mayoría de los elementos producen señales muy pequeñas que son difícilmente detectadas, sin embargo, el hidrógeno posee un momento magnético relativamente grande y es abundante en el agua y en el hidrocarburo que se encuentra en el espacio poroso de las rocas. De esta forma, la herramienta de RMN responde al comportamiento de los núcleos de hidrógenos de los fluidos contenidos en los poros de la roca, en presencia de un campo magnético estático y de una señal de radio frecuencia (RF) o frecuencia de resonancia (Allen, 2001).

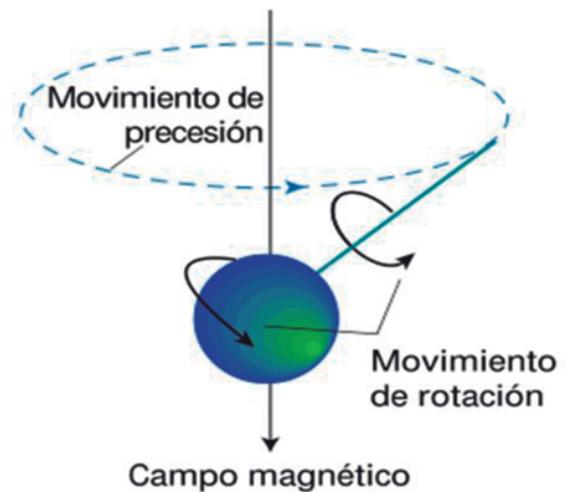


Figura 1. Los protones se comportan como imanes en rotación (Tomado de Ávila, 2002, citado por Fuentes-Rodríguez, 2019).

La Resonancia Magnética Nuclear, se ha empleado en los últimos años como una nueva herramienta de alta eficiencia en la obtención de parámetros petrofísicos para disminuir la incertidumbre en la determinación y clasificación de la porosidad mediante los métodos geofísicos de pozo convencionales. Para ello es necesario aplicar un algoritmo que estime los parámetros de un modelo de suma de exponenciales. A nivel internacional el proceso de inversión de las señales de eco resultantes de la RMN no está declarado como una metodología centralizada. En

la mayoría de los casos, estas investigaciones son realizadas por compañías de gran experiencia en el campo de la petrofísica, para las cuales estos resultados son productos clasificados. Luego, el procedimiento utilizado queda protegido por políticas de las compañías. Tanto en registros de pozo como en técnicas de laboratorio solo se limitan a explicar que las mediciones se procesan aplicando una transformada inversa de Laplace. Después se centran en la interpretación de la distribución de T2 (Fuentes-Rodríguez, 2019).

La ausencia de una estrategia de cálculo automático retarda las investigaciones y la aplicación consecuente de las técnicas de Resonancia Magnética Nuclear en la determinación de los parámetros petrofísicos. Entre estas investigaciones se encuentran: Charles *et al.*, (2001), Dunn *et al.*, (2002), Salazar (2004), Torres-Verdín, C. (2005), Acosta (2008), Bustamante (2011), Landowne *et al.* 2013), Acosta *et al.*, (2015), Landi *et al.*, (2015), Domínguez *et al.*, (2016).

Abordar el asunto de la estimación de los parámetros de un modelo de suma de exponenciales, conduce al tipo de problema inverso. Son bien conocidas las dificultades de resolución de este problema, debido, en general, a su mal condicionamiento, por lo que es necesario regularizar. Esto implica reformular el problema, incluyendo información adicional, conocida como información *a priori* (Mohammad-Djafari *et al.* 2002). El propósito es obtener solución significativa al modelo matemático.

Según Coates *et al.*, (1999), sobre la implementación matemática del proceso de inversión de la Resonancia Magnética Nuclear: «...una de las etapas más importantes en el procesamiento de resonancia magnética es el de establecer la distribución de T2, que produce la magnetización observada...». Este paso, llamado transformación de ecos o correlación, es un proceso de inversión matemática, donde las entradas son el tren de ecos y la salida la distribución de T2 del proceso de correlación. El proceso matemático de hallar la función H(t), a partir de un tren de ecos, es conocido como proceso de inversión. Estos espectros son datos en el dominio de T2, es decir que mediante este proceso se pasa del dominio del tiempo al dominio de T2 (Torres-Verdín, 2005).

MATERIALES Y MÉTODOS

A partir de estos decaimientos y por medio de la Transformada Inversa de Laplace (**Ecuación 1**) es posible discriminar los diferentes entornos y así obtener la distribución

de tamaños de poro en un sistema poroso (Callaghan, *et al.*, 2007). Por otro lado, existe una gran variedad de técnicas adecuadas para obtener información sobre los sistemas, por ejemplo, en los experimentos de relajación transversal las fuentes de relajación, tales como la difusión dentro de los poros o la relajación inducida por las restricciones de movilidad de los líquidos cerca de las paredes, son de forma extrema, útiles en la determinación de propiedades tanto estructurales como funcionales (Álvarez, 2018). La transformada de Laplace expresa que:

Sea una función definida para $t \geq 0$, entonces la integral:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt = F(s) \quad (1)$$

Cuando la integral definitoria de la **Ecuación 1** converge, el resultado es una función de s. Se dice que f(t) es la Transformada Inversa de Laplace de F(s) y se expresa mediante la **Ecuación 2**:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(s)\} \quad (2)$$

Como el problema de la estimación de los parámetros de la función multiexponencial, es la solución de un problema inverso, entonces responde a la interpretación entre causas y efectos de un fenómeno experimental observado. Según Padrós (2001), de modo independiente a la inversión de Laplace, existen otros métodos para analizar curvas multiexponenciales (**Ecuación 3**), aunque el más utilizado es, sin duda, la regresión no lineal por mínimos cuadrados.

$$H(t) = \sum_{i=1}^k \rho_i e^{\left(\frac{-t}{\tau_i}\right)} \quad (3)$$

Un resumen de los métodos de aproximación de suma de exponenciales utilizados por diferentes autores son:

Método gráfico. Ha sido discutido por Steyn y Wyk (1997) y Wiscombe y Evans (1997). Es un método no preciso que ayudará a visualizar el comportamiento inicial del modelo para estimar uno o dos términos de la suma.

Para identificar los parámetros (ρ_i , τ_i), dada la **Ecuación 3**, se basa en transformación logarítmica para lo cual:

1. Se grafica la curva $(t, \ln y)$, donde $y \approx H(t)$.
2. Se linealiza la cola de la gráfica y la pendiente de la línea recta aproximada es $-\tau^{-1}$.
3. Se aplica mínimos cuadrados lineal para estimar ρ_1 y se obtiene el primer término de la suma.
4. Se aproxima y con un término del modelo, esto es se calcula (**Ecuación 4**):

$$y^* = y - \rho_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} \quad (4)$$

5. Se grafica $(t, \ln y^*)$ y se repite el proceso desde el paso 1.

Por lo general no se aproxima más de dos términos, debido a lo limitado del método.

Método de Prony. Considérese la siguiente ecuación diferencial ordinaria lineal homogénea de la **Ecuación 5** (Álvarez, 2018):

$$(r_0 D^n - r_1 D^{n-1} - \dots - r_{n-1} D - r_n) y = 0 \quad (5)$$

donde D es un operador que actúa sobre y; $r_0, r_1, r_2, \dots, r_n$ son constantes (**Ecuación 6**) y

$$Dy = \frac{dy}{dt}, D^2 y = \frac{d^2 y}{dt^2}, \dots, D^n y = \frac{d^n y}{dt^n} \quad (6)$$

Si la **Ecuación 5** se considera como un polinomio en la variable D (**Ecuación 7**), entonces se escribe: $P(D) = 0$ y

$$P(D) = r_0 (D - \mu_1)(D - \mu_2) \dots (D - \mu_{n-1})(D - \mu_n) \quad (7)$$

se denomina polinomio característico (**Ecuación 8**) con $\mu_i, i = 1, \dots, n$ sus raíces y la ecuación:

$$P(D)y = 0 \quad (8)$$

Si $\mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \neq \dots \neq \mu_n$ entonces tenemos la **Ecuación 9**, que es la solución de la **Ecuación 5**, que comprende n soluciones linealmente independientes con n constantes arbitrarias. Nótese que esta suma es análoga al modelo de suma de exponenciales de la **Ecuación 3**.

$$y = c_1 e^{\mu_1 t} + c_2 e^{\mu_2 t} + \dots + c_n e^{\mu_n t} \quad (9)$$

Método basado en sumas geométricas. También conocido como de interpolación generalizada, consiste en reescribir la suma de exponenciales como sumas geométricas, lo cual simplifica la expresión. Para diferentes particiones de la data se obtienen diferentes sumas parciales, de las cuales se derivan un conjunto de ecuaciones, pudiéndose escoger sumas parciales de igual longitud q. Este método se desarrolla para datos equidistantes en el tiempo (Petersson J., Holmström K., 1997).

Métodos de optimización de cuadrados mínimos no lineal. En este método, la **Ecuación 3** es la aproximación como una suma de 1, 2 o 3 exponenciales. A partir de unos valores iniciales para sus amplitudes y constantes, se determinan los parámetros que mejor ajustan H(t) (Álvarez, 2018). Aunque es el método más utilizado con diferencia para analizar decaimientos, sus limitaciones son muy importantes, estas son:

- Se ha de suponer que un número arbitrario de exponenciales para describir H(t).
- La convergencia del método depende de los valores iniciales de los parámetros.
- Si éstos se hallan alejados de los reales, el ajuste terminará en un mínimo local.

Método Montecarlo. Los métodos Montecarlo derivan su nombre de las técnicas para generar números al azar: vueltas a la ruleta, lanzamientos de dados, cartas, monedas, etc. Requieren muchas estimaciones empíricas para simular una situación real que implique elementos probabilísticos, no requieren fórmulas, sólo tabla de números aleatorios o computadora. Agrupa los principios de distribución de probabilidad, el muestreo y la toma de decisiones para dar solución a problemas complejos (Álvarez, 2018).

Para una distribución continua, el muestreo de Montecarlo usa números aleatorios entre cero y uno para resultados específicos en proporción a su probabilidad de ocurrencia y usa una distribución de probabilidad acumulativa para la variable aleatoria. Este método es tratado por Burstein (1997) para aproximar suma de exponenciales, él lo denominó algoritmo de variación de raíz. Es un método que se ejecuta, no se resuelve, en el

sentido que es una serie de intentos por muestreo. Los resultados se logran de estudiar numerosas muestras.

Una vez identificadas las variables significativas del problema, que para este trabajo, son ρ y τ , se determina una medida de eficiencia para el sistema en estudio que involucre a las variables significativas, esta medida la da el investigador y es mejorada a través de numerosos muestreos o la selección repetida de números aleatorios o la generación de datos por computador.

Métodos de Optimización. Muchos de los más avanzados algoritmos para el problema de ajuste exponencial involucran como subproblema minimizar el objetivo de mínimos cuadrados no lineal por técnicas de optimización clásicas. Steyn y Wyk (1997) comparan dos implementaciones de algoritmos de mínimos cuadrados no lineal para tres conjuntos especiales de valores iniciales. Usan el método básico Gauss-Newton. Este programa ha sido usado por muchos grupos de investigadores ya que converge muy rápido en la mayoría de los casos. Pero, su mayor limitación es que es muy sensible a la data de entrada.

Otros Métodos. Los métodos descritos son importantes pues serán utilizados para obtener «buenos valores iniciales», para resolver el problema inverso. A manera de información vale mencionar que es posible obtener solución al problema de mínimos cuadrados a través de otros métodos, tales como: criterio de máxima verosimilitud,

técnicas de transformadas, es decir transformadas del tipo ortonormal, Laplace, Gardner, Fourier y Chi-cuadrado. En Petersson *et al.*, (1997), se hace referencias a ellas, indicando sus limitaciones.

Indicador de porosidad

El fenómeno del decaimiento de T2 se relaciona con las propiedades petrofísicas de las rocas como: porosidad, tamaño y forma de los poros, permeabilidad, además de las características y propiedades de los fluidos atrapados en el espacio poroso. En el decaimiento de T2 influyen de forma esencial la contribución de la relajación intrínseca del fluido y la relajación superficial. La contribución de la relajación intrínseca del fluido es debido de modo principal, a la interacción magnética entre los protones de las moléculas del fluido, la que se denomina interacción espín-espín (Balcom, 2009).

En una roca, donde existen muchos tamaños de poro, y cada uno contribuye de forma parcial a la porosidad total, la señal obtenida proviene de un decaimiento multiexponencial, compuesta por la suma de las amplitudes de señal proveniente del fluido confinado en cada uno de los poros individuales (**Figura 2**). La forma de la curva de distribución de T2 representa la distribución de porosidad por tamaño de poro. Como en la práctica es muy difícil considerar a cada poro de modo individual, todos los poros con relaciones superficie-volumen similares, se agrupan juntos.

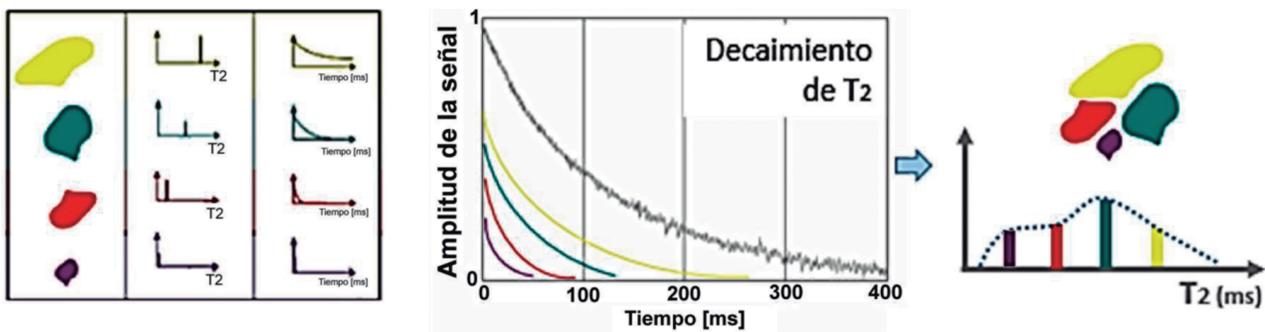


Figura 2. Proceso de inversión matemática, donde las entradas son el tren de ecos y la salida la distribución de T2 (Fuentes-Rodríguez, 2019).

Por lo tanto, en una curva de distribución de T2, la porosidad total está representada por la suma de las porosidades asociada a cada tamaño de poro. De la curva correspondiente a la relajación magnética transversal se obtiene, aplicando un procedimiento matemático de inversión, una curva de distribución de T2 (**Figura 3**), de la cual se logra la mayor cantidad de información petro-

física que proviene de la RMN. Los poros pequeños contienen fluidos ligados a la arcilla y ligados por capilaridad, y poseen tiempos de relajación cortos. Mientras que los fluidos libres se encuentran representados por los poros mayores.

Se ha demostrado con análisis de laboratorio, que al realizar mediciones de RMN en rocas mojadas y satura-

das con agua, a cada tamaño de poro le corresponde un tiempo de relajación T_2 .

En los poros más grandes los núcleos tienen más espacio para moverse, de manera que las interacciones

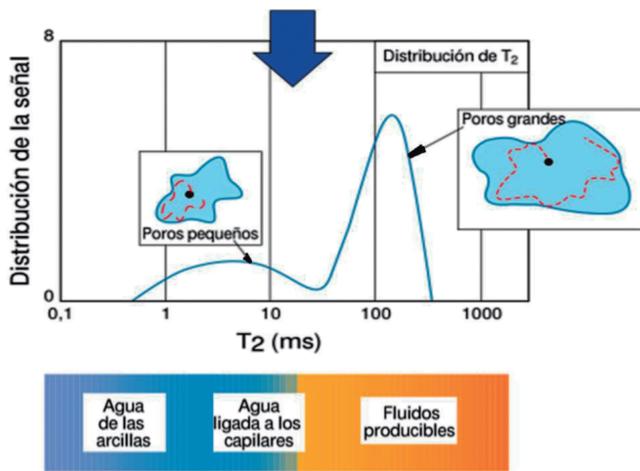


Figura 3. El decaimiento T_2 se invierte de forma matemática para obtener una distribución que pueda relacionarse con el tamaño de los poros y el agua libre o inmóvil (Dunn *et al.*, 2002).

con las paredes del poro son menos frecuentes que cuando estos son muy pequeños. Esto explica por qué a medida que el poro es más grande el tiempo de relajación es mayor y viceversa (Acuña *et al.*, 2013) (**Figura 3**).

Solo los protones de los fluidos responden a las mediciones por resonancia magnética, ya que los núcleos en los sólidos tienen poco efecto directo en las mediciones y no necesita calibrarse para la litología de la forma-

ción (Miquel, 2018). Esta característica en su respuesta hace que la herramienta de resonancia magnética sea de modo fundamental diferente a las herramientas convencionales de perfilaje, tales como el Neutrón, el de Densidad y el Sónico, que están influenciadas por todos los componentes de la roca del yacimiento y poseen la limitación de determinar la porosidad en componentes (Muro, 2003).

Identificación de componentes. En la curva de distribución de T_2 es posible reconocer, con cada una de las porosidades parciales obtenidas, el «tipo de agua» presente en los poros de la roca: las aguas móviles, asociada con los poros más grandes. Las aguas ligadas a los capilares o agua residual, es aquella ligada a poros de menor tamaño que debido a fuerzas capilares mantienen el agua retenida en los poros sin posibilidad de ser drenada y las aguas ligadas a las arcillas, donde intervienen fuerzas electroquímicas mediante un intercambio catiónico intrínseco de la estructura de las arcillas. Ambos componentes, el agua ligada a las arcillas y el agua ligada a los capilares forman parte de la microporosidad o Índice de Fluido Adherido (IFA).

Si bien la sumatoria de la distribución T_2 para una roca 100 % saturada con agua representa la porosidad total de la muestra, la sumatoria de la distribución T_2 para una roca en condición de saturación irreducible, representa la saturación de agua irreducible o IFA de RMN la cual es equivalente a la saturación de las arcillas (S_{ar}) calculada en las curvas de presión capilar (**Figura 4**).

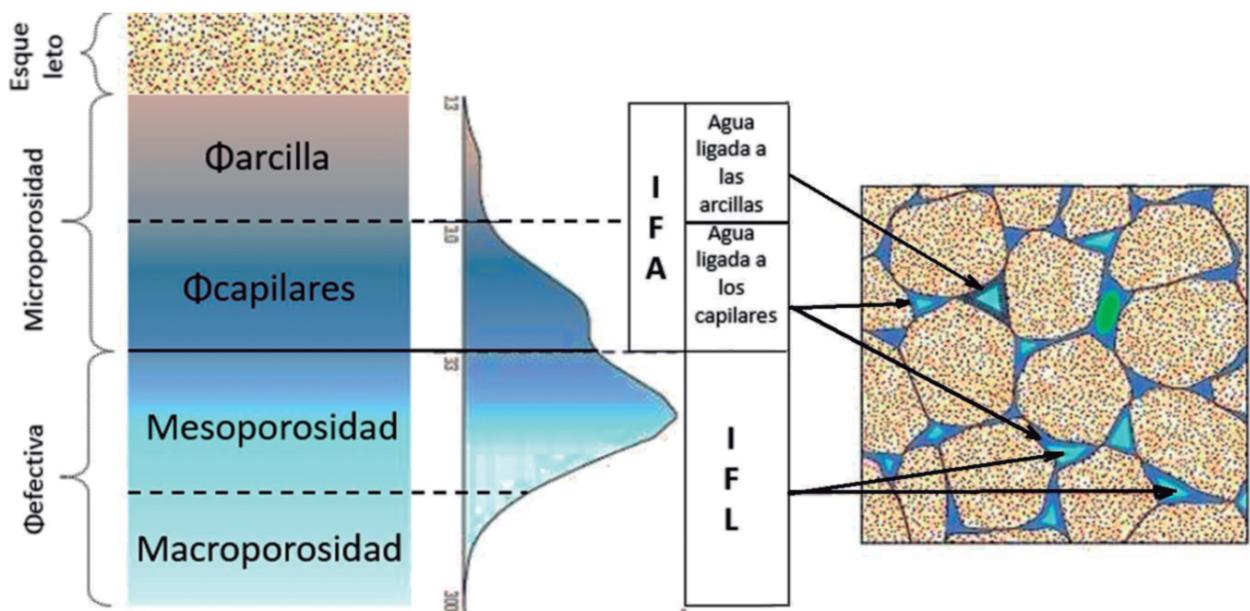


Figura 4. Modelo de porosidad aplicado para la interpretación de la Resonancia Magnética Nuclear (Fuentes-Rodríguez, 2019).

RESULTADOS

Atendiendo al conjunto de datos y sus características individuales se estableció un procedimiento para la interpretación de los datos de RMN (**Figura 5**), los números I,

II y III representan los flujos de trabajo que conforman el procedimiento. En cada uno de estos se propuso una estrategia matemática para lograr los resultados.

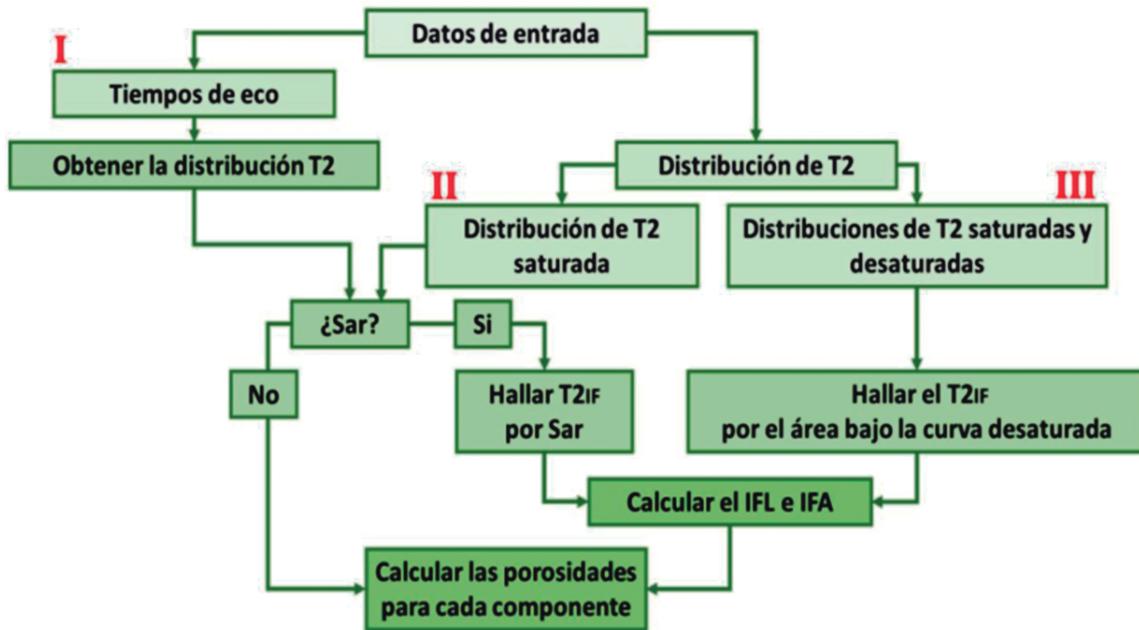


Figura 5. Esquema representativo del procedimiento de interpretación a los datos de RMN (Fuentes-Rodríguez, 2019).

Los datos de entrada determinan el flujo de trabajo o método a seguir por el algoritmo. Los tiempos de eco del decaimiento de T2 se interpretan siguiendo el flujo I nombrado Método T2, para las curvas de distribución de T2 saturadas se utiliza el flujo II o Método S, y para las curvas de distribución saturadas y desaturadas el flujo III o Método S+D.

Flujo de trabajo I (Método T2).

Se caracteriza porque los datos de entrada se encuentran representados por la señal de eco contra amplitud, y consiste en obtener la curva de distribución de T2 a partir de la curva del decaimiento exponencial mediante un ajuste multiexponencial como proceso de inversión. El algoritmo utilizado fue el de proponer de modo automático la primera aproximación (primera componente) y el resto de las dos componentes se ajusta por proceso de iteración a partir del reconocimiento del valor mínimo del Error Medio Cuadrático (EMC). Ambos algoritmos son controlados mediante los valores progresivos del EMC, para cada una de las componentes.

El análisis multiexponencial logra el mejor ajuste entre una curva calculada a partir de la integración de

componentes, y la curva que representa la función original de los datos. La solución es un problema inverso que no está exento de limitaciones. Para reducir la influencia de estas limitaciones, se llevó a cabo la estimación de tres componentes $(T2_1, A_1)$; $(T2_2, A_2)$; $(T2_3, A_3)$ de la forma siguiente:

I. Aproximación a la primera componente $(T2_1^*, A_1^*)$:

El método utilizado para estimar la primera componente es el tratado por Wiscombe y Evans (1977). Es un método no preciso, que permite visualizar el comportamiento inicial del modelo para realizar una buena estimación de la primera componente del ajuste multiexponencial a partir de la secuencia de pasos siguientes:

Paso 1. Se parte de la curva del decaimiento $y=H(t)$ (**Figura 6(a)**).

Paso 2. Se grafica la curva $(t, \ln(H(t)))$, donde $y=H(t)$ (**Figura 6 (b)**).

Paso 3. Se linealiza la cola de la gráfica y la pendiente de la recta aproximada es $-(1/T2_1^*)$ (**Figura 6 (c)**).

Paso 4. Se aplica cuadrados mínimo lineal para estimar A_1^* y de esta forma se logra una aceptable aproximación a los parámetros de la primera componente (**Figura 6 (d)**).

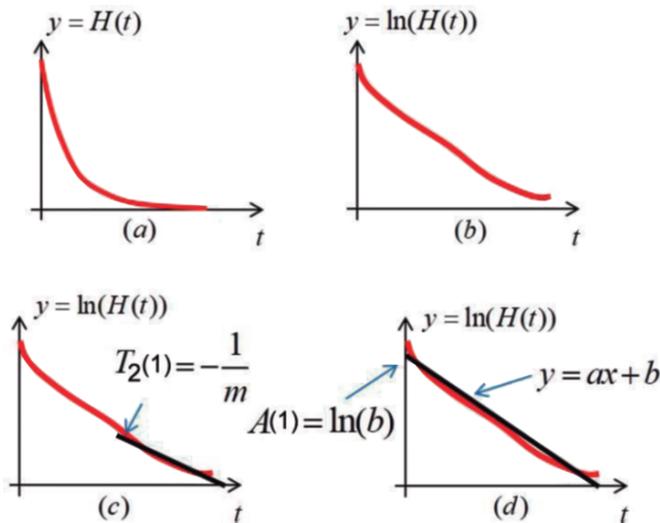


Figura 6. Esquema del procedimiento para la obtención de la aproximación a la primera componente de la curva multiexponencial (Fuentes-Rodríguez, 2019).

II. Aproximación a la segunda componente ($T2^*_2, A^*_2$):

Paso 5. Se le aplica al dominio de la gráfica $y=H(t)$ una partición p . A cada partición i se le estima el par $A^*_{2,i}, T2^*_{2,i}$, $i=1, 2, \dots, p$, según los paso (2), (3) y (4), anteriores.

Se ha determinado de forma empírica, que p se estimará entre 20 y 25 porciones del recorrido del dominio.

Paso 6. Se construye el histograma para el dominio: $T2^*_{2,1}, T2^*_{2,2}, \dots, T2^*_{2,p}$ con un ancho de intervalo de clase tal, que la estimación $T2^*_1$ de la primera componente, esté contenida en el intervalo de la moda. De esta forma se toman como aproximación a la segunda componente $T2^*_2$ igual al valor de marca clase de la segunda moda de la distribución de frecuencias. Esto se realiza sobre el supuesto, de que el tiempo de la segunda componente, tendrá el valor aproximado en el diagrama de barras, al valor de la marca clase de la segunda contribución modal. De esta forma se tendrá una buena aproximación para la segunda componente.

Paso 7. Se aplica el procedimiento del paso anterior, para estimar la aproximación a la segunda componente A^*_2 a partir del dominio: $A^*_{2,1}, A^*_{2,2}, \dots, A^*_{2,p}$.

III. Aproximación a la tercera componente ($T2^*_3, A^*_3$):

Paso 8. Se estimará la aproximación a la tercera componente A^*_3 a partir del cálculo: $A^*_3 = A_t - A^*_1 - A^*_2$, donde es el valor máximo de amplitud de la curva del decaimiento $y=H(t)$.

Paso 9. Se tomará el valor de la aproximación a la tercera componente $T2^*_3$, de forma tal que el ajuste de las tres

componentes estimadas que hagan mínimo el Error Medio Cuadrático (EMC) (**Ecuación 10**) respecto a la curva del decaimiento $y=H(t)$.

$$EMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [H(t_i) - \{A^*_1 e^{-\frac{t_i}{T2^*_1}} + A^*_2 e^{-\frac{t_i}{T2^*_2}} + A^*_3 e^{-\frac{t_i}{T2^*_3}}\}]^2}{n-1}} \quad (10)$$

IV. Ajuste final de las tres componentes ($T2_1, A_1$), ($T2_2, A_2$) y ($T2_3, A_3$)

Paso 10. Se establece una estrategia de aproximación sucesiva de cada una de las componentes partiendo de las aproximaciones iniciales, preservando los valores simulados que minimicen el valor del EMC (**Ecuación 10**) de la expresión conformada por estas componentes con respecto a la curva del decaimiento $y=H(t)$.

Paso 11. El algoritmo se detiene cuando cualquier variación alrededor da cada una de las componentes ($T2_1, A_1$), ($T2_2, A_2$) y ($T2_3, A_3$) no hacen menor el valor del EMC de la expresión conformada por la curva del paso 4 con respecto a la curva del decaimiento $y=H(t)$.

Una vez hallados los componentes por el análisis del ajuste multiexponencial, se grafican los pares (T_{2i}, A_i) y se traza la curva de ajuste conformando la distribución de T_2 .

Flujo de trabajo II (Método S).

El método S depende de la distribución de T_2 ($S(t)$) para la muestra saturada al 100 % como dato de entrada por lo que se calcula el área bajo la curva, representada mediante una función acumulativa de T_2 cuyo valor equivale al volumen total de poros (V_{tp}) presentes en la muestra (**Ecuación 11**).

$$V_{tp} = \int_{Dom} S(t) dt \quad (11)$$

Es necesario corroborar la existencia del dato de la Sar de laboratorio para identificar el T_2 correspondiente a dicha saturación ($T2IF$), el cual diferencia el IFA (Índice de Fluido de Arcilla) del IFL (Índice de Fluido Libre). El IFA es igual a la Sar, partiendo de que la muestra se encuentra 100 % saturada de un único fluido se asume que: $IFA + IFL = 100 \%$.

Identificación de los T_2 de corte. Los T_2 de corte dividen el área total bajo la curva de distribución de T_2 en

varios componentes que corresponden a los diferentes tipos de porosidades existentes en la muestra. Se le extrae a la función S(t):

- Los tiempos para los mínimos relativos. Es decir, buscar los T_{2i} tal que $S(T_{2_{i-1}}) > S(T_{2_i}) < S(T_{2_{i+1}})$

- Los tiempos para los ceros en la función S(t), esto es: $T_{2_i} | S(T_{2_i}) = 0$.

Por lo general se obtienen tres T2 de corte de acuerdo con el modelo de porosidades utilizado en la investigación. Si se cumple que: $T_{21} < T_{22} < T_{23}$, entonces en la **Tabla 1**, se muestra la interpretación a estos límites.

Porosidad de la arcilla	$< T_{21} <$	Porosidad de los capilares
Porosidad de los capilares	$< T_{22} <$	Mesoporosidad
Mesoporosidad	$< T_{23} <$	Mesoporosidad

Tabla 1. Tipos de porosidades establecidas por los límites de los T2 de corte.

Flujo de trabajo III. (Método S+D).

Se emplea para la interpretación de los datos conformados por las curvas de distribución de T2 saturada (S(t)) y desaturada (D(t)), por lo que se calcula el área bajo ambas curvas para todo sus dominios respectivos (**Ecuaciones 12 y 13**).

$$A_s = \int_{Dom_s} S(t) dt \tag{12}$$

$$A_D = \int_{Dom_D} D(t) dt \tag{13}$$

Las diferencias entre ambas porosidades parciales representan los IFA (área bajo la curva desaturada) e IFL (100 %-IFA). Por lo que el T2IF corresponde al tiempo que representa la curva desaturada en la saturada (**Ecuación 14**).

$$A_D = \int_{t_{min}}^{T2IF} S(t) dt \tag{14}$$

Donde

- A_D Área bajo la curva desaturada.
- $S(t)$ Función de la curva saturada.
- t_{min} Tiempo mínimo absoluto entre las curvas: saturada y desaturada.
- T2IF Tiempo que representa el área de la curva desaturada en la saturada.

Para la determinación explícita de T2IF se calcula la antiderivada de S(t) ($S^*(t)$), se evalúa en los límites de la integral (**Ecuación 15**)

$$A_D = S^*(T2IF) - S^*(T_{min}) \tag{15}$$

Donde la solución de la **Ecuación 16** en términos de T2IF corresponde al tiempo que representa la curva desaturada en la saturada.

$$S^*(T2IF) - S^*(T_{min}) - A_D = 0 \tag{16}$$

Luego, la identificación de los T2 de corte y las porosidades por componentes se calculan siguiendo el mismo procedimiento que el método S.

DISCUSIÓN

Los resultados de la validación del ajuste multiexponencial como proceso de inversión para el cálculo de la distribución de T2 se muestran en la **Figura 7**, a partir de los resultados de Dull *et al.*, (2001). Como se observa en la tabla interna de la **Figura 7**, el error disminuye a medida que se añaden las componentes durante el ajuste, para un EMC final de 0.007. La primera componente se ajusta en el T2 del primer máximo, la segunda y tercera componente están muy cercanas; respondiendo a la mayor área en la distribución, que aportaron el mayor peso durante el ajuste.

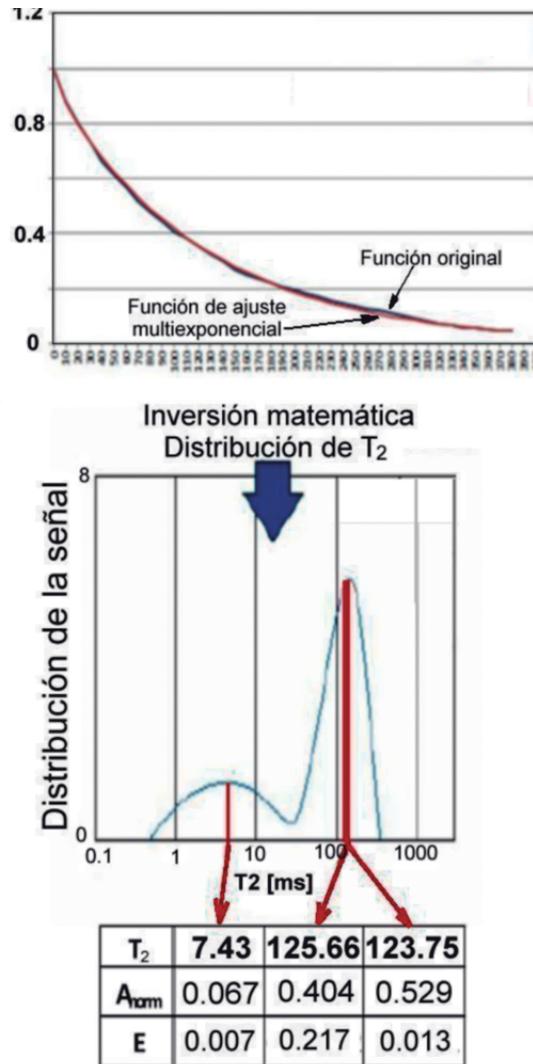


Figura 7. Aproximación de la curva calculada a partir del ajuste multiexponencial (roja) y la curva del decaimiento de la función original (azul) (Arriba). Resultados de la distribución de T₂ de Dull *et al.*, (2001) y el ajuste de los componentes para formar la curva de distribución (Abajo).

También, en la **Figura 8** se muestran los datos validados a partir de los resultados de Borjas *et al.*, (2014). En la tabla de la **Figura 8**, el error disminuye a medida que se añaden las componentes durante el ajuste, para un EMC final de 0.011. La segunda y la tercera componente responden a ambos máximos en la distribución, que aportan el mayor peso durante el ajuste, y la primera componente presenta un tiempo bastante pequeño y baja amplitud. Debido a que el análisis de Borjas *et al.*, (2014) para la curva de distribución de T₂ estuvo basado en separar los índices de fluidos por el comportamiento de la distribución de T₂, no es necesario la incorporación y por consiguiente la interpretación, de otro máximo o componente.

La estrategia para la estimación de los parámetros de la función multiexponencial para tres componentes, presenta un bajo grado de error, lo que posibilita descomponer la porosidad total en sus componentes. Es el único método que permite estimar qué parte de la porosidad pertenece a la microporosidad y dentro de esta a su vez, separar la porosidad proveniente del agua ligada a las arcillas y a los capilares, destacando su poder resolutivo. El cálculo de la porosidad efectiva es más seguro en comparación con las estimaciones a partir de los registros geofísicos de pozo, porque no solo excluye la porosidad de la arcilla como los métodos convencionales, sino que también tiene en cuenta la presencia del agua ligada a los capilares y elimina los poros que no se encuen-

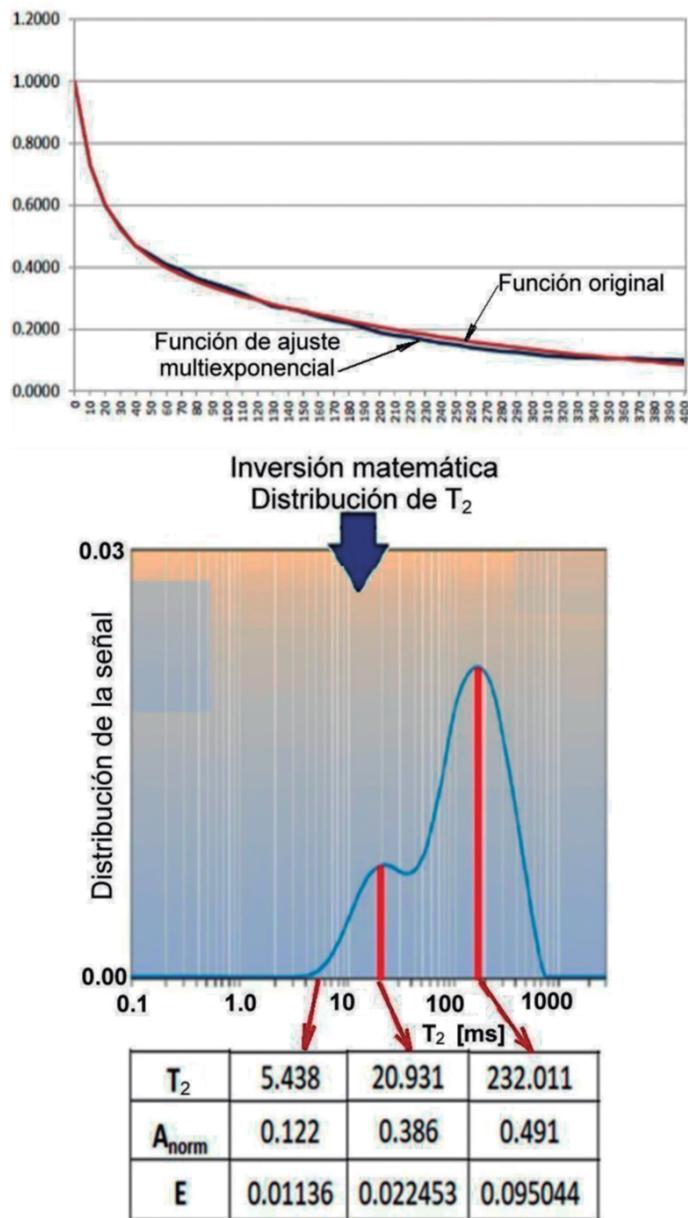


Figura 8. A la izquierda se muestra la aproximación de la curva calculada a partir del ajuste multiexponencial (roja) y la curva del decaimiento de la función original (azul). A la derecha, los resultados de la distribución de T_2 de Borjas *et al.*, (2014) y el ajuste de los componentes para formar la curva de distribución.

tran conectados que, a su vez no forman parte de la microporosidad. Es un indicador de la movilidad de los fluidos, lo que permite predecir qué parte de dichos fluidos serán extraídos como índice de fluidos libres y qué parte son adheridos.

CONCLUSIONES

A pesar de que los algoritmos de inversión, utilizados por compañías de gran experiencia en el campo de la petrofísica, son productos clasificados y protegido por sus políticas, se logró establecer una estrategia algorítmica para

la estimación de parámetros en un modelo de suma de exponenciales en la determinación de las componentes de la porosidad en muestras de núcleos. Los resultados de la validación, a partir de la literatura especializada, muestran un error mínimo y aceptado para su confiabilidad.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Acosta, Néstor, 2008, Analysis of Nuclear Magnetic Resonance for Characterization of Continental. Clastic Reservoirs. San Jorge Gulf Basin, Argentina. Universidad Nacional de la Patago-

- nia San Juan Bosco, Departamento de Geología-Facultad de Ciencias Naturales. Ciudad Universitaria, Argentina.
- Acosta, O.**, 2015, Registros de Resonancia Magnética Nuclear para la Exploración y Caracterización de Formaciones. Tesis de licenciatura no publicada, UNAM. D.F., México.
- Acuña C., González G., Bonzani H, López E**, 2009, La utilización de la resonancia magnética en la detección de petróleo en la Cuenca del Golfo San Jorge.
- Allen D., Boyd A., Masey J., Fordham E., Amabeoku M., Kenyon W.**, 2001, «The Practical Application on NMR Logging in Carbonates: 3 Case Studies». SPWLA.
- Álvarez A. A.**, 2018, Estrategia de regularización en la aproximación de sumas de exponenciales. República Bolivariana de Venezuela, Universidad Nacional Abierta, Centro Local Lara. Barquisimeto.
- Ávila, D.**, 2002, Determinación de propiedades petrofísicas y petrofacies aplicando tecnología de resonancia magnética nuclear a muestras de núcleo de las formaciones gasíferas San Juan y San Antonio del campo Santa Rosa. Tesis de Diploma para optar al Título de Ingeniero de Petróleo. Universidad Central de Venezuela.
- Balcom, B. J.**, 2009, Magnetic Resonance Imaging (MRI) of Fluids in Petroleum Reservoir Core Plugs. Canada Research Chair MRI of Materials MRI Centre, Department of Physics, University of New Brunswick.
- Borjas C., T. de J.**, 2014, Interpretación del registro geofísico de Resonancia Magnética Nuclear bajo el planteamiento de un modelo de inversión. Tesis para obtener el grado de Ingeniero Geofísico. Escuela Superior de Ingeniería y Arquitectura, Unidad Ticomán, Ciencias de la Tierra. México, DF.
- Bustamante M., Ruiz M., Salazar W., San Martín F. S., Ucumari C. M.**, 2011, Registro de pozos. Resonancia Magnética Nuclear. La Paz, Bolivia.
- Burstein J.**, 1997, Approximations by exponentials, their extensions and differential equations. Metric Press, Boston.
- Charles F., Rmakrishnan T.S., Bedford J., Castelijns K., Fairhurst D., Ramamoorthy R.**, 2001, Tendencias en Registros de RMN. Oilfield Review Invierno, 2-21.
- Callaghan P. T.**, 2007, Christoph H. Arns, Petrik Galvosas, Mark W. Hunter, Ying Qiao y Kate E. Washburn. Recent Fourier and Laplace perspectives for multidimensional NMR in porous media. Magnetic Resonance Imaging 25 pp 441-444.
- Coates, R., Xiao R., Prammer M. G.**, 1999, NMR Logging Principles and Applications. Ed. Halliburton Energy Services, EE.UU.
- Domínguez, M., González A.**, 2016, Evaluación petrofísica de carbonatos fracturados utilizando registros geofísicos convencionales y resonancia magnética nuclear. Tesis inédita para obtener el título de Ingeniero Geólogo. Instituto Politécnico Nacional, Ciudad de México.
- Dunn, K., Bergman D., Latorraca G.**, 2002, Nuclear Magnetic Resonance: Petrophysical and Logging Applications, Danville, California, Estados Unidos de América.
- Fuentes-Rodríguez D. R.**, 2019, Separación de la porosidad en componentes mediante la Resonancia Magnética Nuclear como apoyo a la interpretación petrofísica. Tesis presentada en opción al título de Ingeniero Geofísico. Universidad Tecnológica de La Habana, CUJAE.
- Landi R., Heinz T.**, 2015, Aplicaciones de los registros de resonancia magnética nuclear (NMRL) en la evaluación de yacimientos. Facultad de Ingeniería en Ciencias de la Tierra (FICT). Escuela Superior Politécnica del Litoral (ESPOL).
- Landowne D., Yuan B., Magleby K. L.**, 2013, Exponential Sum-Fitting of Dwell-Time Distributions without Specifying Starting Parameters. Biophysical Journal. Volume 104, June 2013, pp 2383-2391. <https://reader.elsevier.com/reader/sd/pii/S0006349513004633?token=B8377D393ED7E136211DF1F7254233E13F3D4C2F105C7314DA82CA49AC231D22D6D75738EC40F82E056727C72B80B16F> (Consultado enero 2019).
- Miquel G. L.**, 2018, Estudio de muestras de rocas saturadas de hidrocarburos utilizando nuevas técnicas de resonancia magnética nuclear:

Federación Rusa, Instituto de Geología y Tecnologías del Petróleo y Gas, Universidad Federal de Kazán, Tesis de maestría, 84 pp.

Mohammad-Djafari A. J., Giovannelli, G., Demoment, J. I., 2002, Regularization, maximum entropy and probabilistic methods in mass spectrometry data processing problems. *International Journal of Mass Spectrometry* 215, 175-193. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.11.8520&rep=rep1&type=pdf>. (Consultado enero 2019).

Muro L., 2003, Generación de registros sintéticos de Resonancia Magnética a partir de registros eléctricos convencionales usando redes neuronales artificiales. Tesis Para Optar el Título Profesional de Ingeniero de Petróleo. Universidad Nacional de Ingeniería. Facultad de Ingeniería de Petróleo. Lima, Perú.

Padrós E., 2001, Análisis del intercambio hidrógeno/deuterio en proteínas mediante la inversión de Laplace. FTIR del transportador ADP/ATP.

Petersson J., Holmström K., 1997, Methods for parameter estimation in exponential sums. Technical Report IMA-TOM-1997-5, Center of Mathematical Modeling. Department of Mathematics and Physics Malardalen University. <http://ci->

[teseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.31.931&rep=rep1&type=pdf](http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.31.931&rep=rep1&type=pdf). (Consultado enero 2019).

Salazar J., 2004, Aplicación de la técnica de Resonancia Magnética Nuclear y su relación con la calidad de roca de yacimiento en el Pozo VLA-1326. Tesis de Maestría no publicada, Universidad Central de Venezuela. Caracas, Venezuela.

Schön J., 2015, Basic Well Logging and Formation Evaluation. 1st edition. ISBN 978-87-403-0979-09.

Steyn H.S., Van Wyk J. W., 1977, Some methods for fitting compartment models to data. Technical report, Wetenskaplike bydraes van die pu vir cho, Potchefstroomse Universiteit vir CHO.

Torres-Verdín C., 2005, Petrophysics of Nuclear Magnetic Resonance Measurements. Nuclear Magnetic Resonance Logging. México, D.F.

Wiscombe W. J., Evans J. W., 1977, Exponential-Sum fitting of radiative transmission functions. *Computational Physics*, 24(4):416-444, agosto. https://www.researchgate.net/publication/222443578_Exponential-sum_Fitting_of_Radiative_Transmission_Functions (Consultado enero 2019).

